

Kapitel 2

Optische Grundlagen der Photosensorik

2.1 Radiometrische und photometrische Größen

Der Bewertung elektromagnetischer Strahlung im optischen Bereich¹ liegen zwei unterschiedliche Systeme von Größen zugrunde. Es wird zwischen strahlungsphysikalischen (radiometrischen) und lichttechnischen (photometrischen) Größen unterschieden. Radiometrische Größen bewerten Strahlung ohne Berücksichtigung der Charakteristik eines potentiellen Empfängers objektiv in bezug auf ihre physikalischen Eigenschaften, während photometrische Größen Strahlung bezüglich ihrer Wahrnehmung durch das visuelle System bewerten. Zu jeder strahlungsphysikalischen Größe existiert eine korrespondierende lichttechnische Größe. Zur Unterscheidung werden strahlungsphysikalische Größen mit dem Index e (energetisch) und lichttechnische Größen mit dem Index v (visuell) versehen. Ist eine Verwechslung von strahlungsphysikalischen und lichttechnischen Größen ausgeschlossen, so kann die Kennzeichnung entfallen.

Ist Strahlung über ein breitbandiges Frequenzspektrum verteilt, so wird die Definition spektraler strahlungsphysikalischer Größen notwendig. Die zu einer Größe korrespondierende spektrale Größe ergibt sich durch Differentiation der jeweiligen Größe entweder nach der Wellenlänge λ oder nach der Frequenz ν und stellt damit eine spektrale Dichte der jeweiligen Größe dar. Spektrale Strahlungsgrößen werden im folgenden mit dem Index λ versehen. Für Strahlung, die über ein Wellenlängenintervall mit den Grenzen λ_1 und λ_2

¹Mit dem optischen Bereich des Spektrums elektromagnetischer Strahlung wird der für den Menschen sichtbare Bereich zwischen 380nm und 780nm bezeichnet. Strahlung im sichtbaren Spektralbereich wird als Licht wahrgenommen.

Tabelle 2.1: Die wichtigsten strahlungsphysikalischen Größen nach DIN 5031.

Größe	Formelzeichen und Gleichung	SI-Einheit	Erklärung
Strahlungsenergie	$Q_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} Q_{e,\lambda} d\lambda$	W · s	Die gesamte durch eine Bezugsfläche hindurchtretende Strahlungsenergie
Strahlungsfluß (Leistung)	$\Phi_e = \frac{dQ_e}{dt}$	W	Die durch eine Bezugsfläche hindurchtretende Strahlungsleistung
Strahlstärke	$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega_1}$	W · sr ⁻¹	Der von einer Quelle ausgehende Strahlungsfluß Φ_e bezogen auf den durchstrahlten Raumwinkel Ω_1
Spezifische Ausstrahlung	$M_e = \frac{d\Phi_e}{dA_1}$	W · m ⁻²	Die von einer Fläche A_1 ausgehende Strahlungsleistung Φ_e bezogen auf diese Fläche
Bestrahlungsstärke	$E_e = \frac{d\Phi_e}{dA_2}$	W · m ⁻²	Die durch eine Fläche A_2 hindurchtretende Strahlungsleistung Φ_e bezogen auf diese Fläche
Strahldichte	$L_e = \frac{dI_e}{dA_1 \cos \epsilon_1}$	W · sr ⁻¹ · m ⁻²	Die Strahldichte eines Flächenelementes A_1 beschreibt die in einem Winkel ϵ_1 zur Normalen gemessene Strahlstärke I_e bezogen auf die im Winkel ϵ_1 zur Normalen gesehene Projektion der Fläche A_1
Bestrahlung	$H_e = \int E_e dt$	W · m ⁻² · s	Die im Laufe eines Bestrahlungsvorganges auf eine Fläche einfallende Strahlungsenergie bezogen auf die bestrahlte Fläche

Abbildung 2.1: Zum photometrischen Grundgesetz.

verteilt ist, ergibt sich eine beliebige strahlungsphysikalische Größe X_e durch Integration ihrer spektralen Dichte $X_{e,\lambda}$ über dem Intervall $[\lambda_1, \lambda_2]$ gemäß

$$X_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_{e,\lambda} \cdot d\lambda . \quad (2.1)$$

Tabelle 2.1 zeigt die Definitionen der für die Praxis wichtigsten strahlungsphysikalischen Größen nach DIN 5031 [1].

Zur Definition der Strahldichte L_e ist noch anzumerken, daß diese im Allgemeinen nicht konstant ist und vom Beobachtungswinkel abhängt. Strahler, für die diese Abhängigkeit nicht besteht, werden als Lambert-Strahler bezeichnet. Lambertsche Strahler erscheinen dem Beobachter aus allen Richtungen gleich hell. Die von der strahlenden Fläche A_1 ausgehende Strahlstärke I_e nimmt zwar entsprechend dem Lambertschen Cosinusetz

$$I_e(\epsilon_1) = L_e A_1 \cos \epsilon_1 = I_e(0) \cos \epsilon_1 \quad (2.2)$$

mit dem Cosinus des Beobachtungswinkels ab, im gleichen Maße erscheint aber auch die vom Beobachter gesehene Projektion der Fläche A_1 vermindert. Alle bestrahlten Körper mit rauhen, diffus reflektierenden Oberflächen (Papier, Gipswände, Pappe) verhalten sich in guter Näherung wie Lambert-Strahler. Der nichtabsorbierte Anteil des auf sie treffenden Strahlungsflusses wird entsprechend dem Lambertschen Cosinusetz in den durch die Objektoberfläche begrenzten Halbraum reflektiert.

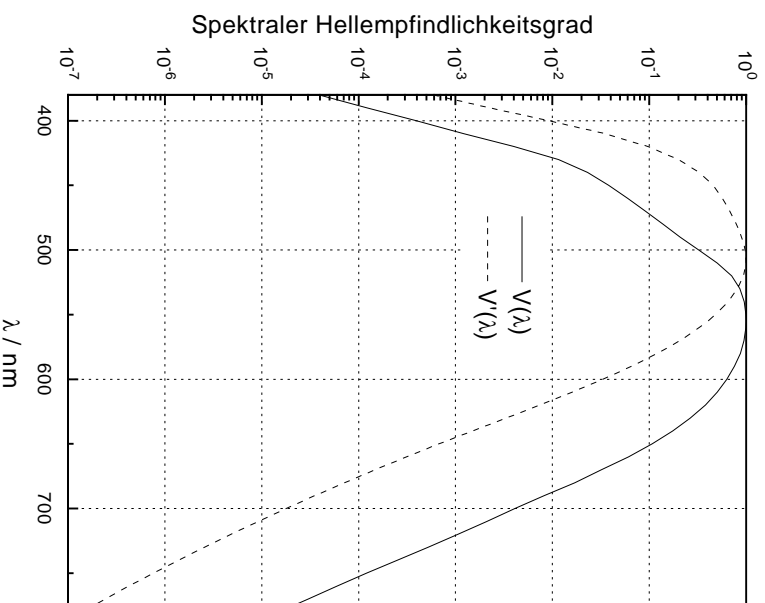


Abbildung 2.2: Spektraler Hellempfindlichkeitsgrad $V(\lambda)$ bzw. $V'(\lambda)$ für photopische bzw. für skotopische Anpassung.

Der auf eine Detektorfläche A_2 einfallende Strahlungsfluß Φ_e ist mit der Strahlstärke L_e einer Fläche A_1 über das photometrische Grundgesetz verknüpf:

$$\Phi_e = L_e \frac{A_1 \cos \epsilon_1 A_2 \cos \epsilon_2}{r^2} \Omega_0, \quad \Omega_0 = 1 \text{sr}. \quad (2.3)$$

Abbildung 2.1 verdeutlicht die Bedeutung der einzelnen Größen. Aus der Symmetrie des photometrischen Grundgesetzes bezüglich sender- und empfangenseitiger Größen folgt, daß der gleiche Strahlungsfluß Φ_e auf die Fläche A_1 treffen würde, falls A_2 als Sender mit Strahllichte L_e wirkt. Das Photometrische Grundgesetz gilt in der oben angegebenen Form nur für den Fall, daß die Ausdehnungen der betrachteten Flächen A_1 und A_2 sehr viel kleiner sind als ihr Abstand r .

Lichttechnische Strahlungsgrößen bewerten Licht bezüglich seiner Wahrnehmung durch das visuelle System. Wichtigste Bezugsgröße für die photometrische Bewertung von Strahlung ist die relative spektrale Augenempfindlichkeit. Diese wird, auf den Maximalwert der absoluten spektralen Empfindlichkeit bezogen, als der spektrale Hellempfindlichkeitsgrad $V(\lambda)$ angegeben. Der Verlauf dieser Funktion ist im allgemeinen von der Bestrahlungsstärke E_e abhängig; das Maximum der Empfindlichkeit verschiebt sich

Tabelle 2.2: Die wichtigsten lichttechnischen Größen nach DIN 5031.

Größe	Formelzeichen und Gleichung	Einheit
Lichtmenge	$Q_v = K_m \int Q_{e,\lambda} V(\lambda) d\lambda$	lm · s
Lichtstrom	$\Phi_v = \frac{dQ_v}{dt}$	Lumen, 1 lm = 1 cd · sr
Lichtstärke	$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega_1}$	Candela (Basiseinheit), cd
Beleuchtungsstärke	$E_v = \frac{d\Phi_v}{dA_2}$	Lux, 1 lx = 1 lm · m ⁻²
Leuchtdichte	$L_v = \frac{dI_v}{dA_1 \cos \epsilon_1}$	cd · m ⁻²

mit abnehmender Bestrahlungsstärke zu niedrigeren Wellenlängen hin (Purkinje-Effekt). Von der sich ergebenden Kurvenschar werden in der Praxis nur die beiden Kurven für vollständige Hellanpassung (photopische Anpassung, Zäpfchensehen) und vollständige Dunkelanpassung (skotopische Anpassung, Stäbchensehen) verwendet. Das Maximum der spektralen Augenempfindlichkeit liegt für photopische Anpassung bei $\lambda = 555\text{nm}$, für skotopische Anpassung dagegen bei $\lambda = 507\text{nm}$. Der spektrale Hellempfindlichkeitsgrad für photopische Anpassung wird mit $V(\lambda)$, der für skotopische Anpassung mit $V'(\lambda)$ bezeichnet. Abbildung 2.2 zeigt den Verlauf der beiden Funktionen nach DIN 5031.

Für spektral breitbandiges Licht erfolgt die Berechnung einer beliebigen lichttechnischen Größe X_v durch Integration der mit dem spektralen Hellempfindlichkeitsgrad $V(\lambda)$ gewichteten spektralen strahlungsphysikalischen Größe $X_{e,\lambda}$ über dem Wellenlängenintervall des sichtbaren Lichts. Für photopische Anpassung gilt:

$$X_v = K_m \int_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} X_{e,\lambda} V(\lambda) d\lambda. \quad (2.4)$$

Für skotopische Anpassung müssen für K_m und $V(\lambda)$ die entsprechenden gestrichelten Größen eingesetzt werden. Der Proportionalitätsfaktor K_m bezeichnet den Maximalwert der absoluten spektralen Empfindlichkeit des Auges, in der Literatur bezeichnet als der

Maximalwert des photometrischen Strahlungsäquivalents. Sein Wert beträgt für Tagessehen 683 Lumen/Watt und für Nachtsehen 1699 Lumen/Watt. Tabelle 2.2 zeigt die Definitionen der wichtigsten lichttechnischen Größen.

2.2 Die Abbildung über einstufige optische Systeme

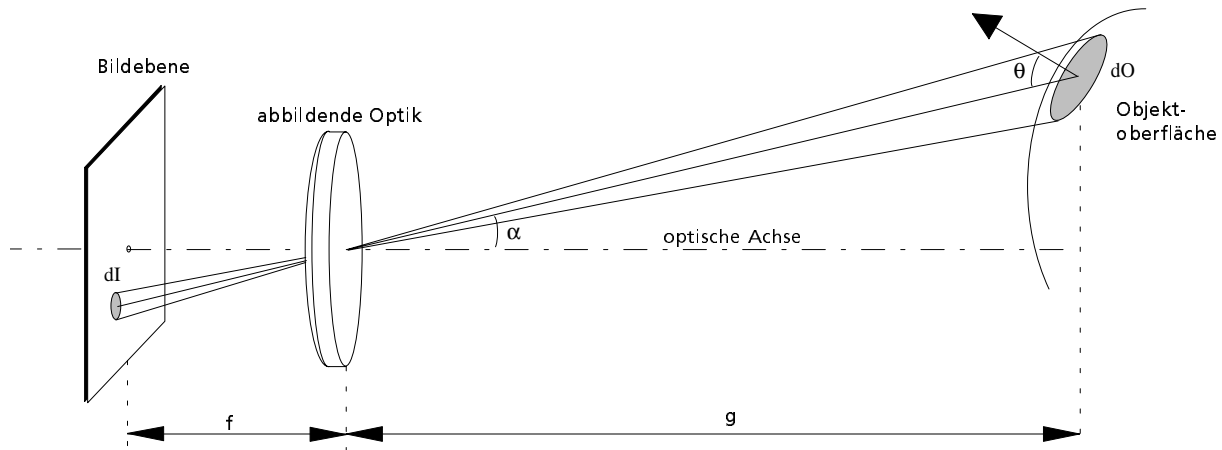


Abbildung 2.3: Abbildung über ein einstufiges optisches System für den Fall $g \gg f$ bzw. $f \approx b$.

Die Funktion einer Kamera besteht im wesentlichen darin, ein Abbild eines Ausschnittes der äußeren Umwelt zu gewinnen und zu speichern oder zu übertragen. Für den mit der optischen Sensorik einer Kamera befaßten Entwickler genügt es daher nicht, allein den funktionalen Zusammenhang zwischen dem auf eine Sensoroberfläche auftreffenden Strahlungsfluß und dem Ausgangssignal des Sensors zu kennen. Um eine optimale Anpassung der Sensorik und der Sensorsignalverarbeitung an die Gegebenheiten der aufzunehmenden Szene zu ermöglichen, sollten vielmehr auch die Zusammenhänge zwischen den optischen Oberflächeneigenschaften von Objekten der Außenwelt, deren Beleuchtung und der über ein optisches Abbildungssystem auf einer Film- oder Sensoroberfläche erzeugten Bestrahlungsstärkeverteilung bekannt sein.

Abbildung 2.3 stellt die Abbildung eines Flächenelementes dO einer Objekt-oberfläche über ein einstufiges optisches System auf ein Flächenelement dI der Bildebene dar. Die Gegenstandsweite g , die Bildweite b und die Brennweite f der Linse sind über die Linsengleichung

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} \quad (2.5)$$

miteinander verknüpft. Wird vorausgesetzt, daß die Gegenstandsweite g sehr viel größer ist als die Brennweite f der Linse, so gilt wie in Abbildung 2.3 angenommen $b \approx f$. Vom Mittelpunkt der Linse aus gesehen erscheinen die Flächenelemente dO und dI im gleichen Raumwinkel, es gilt:

$$\frac{dO \cos \theta}{g^2 / \cos^2 \alpha} = \frac{dI \cos \alpha}{f^2 / \cos^2 \alpha}. \quad (2.6)$$

Daraus läßt sich ein Ausdruck für die Fläche dI des Bildes von dO ableiten, man erhält:

$$dI = dO \frac{\cos \theta f^2}{\cos \alpha g^2}. \quad (2.7)$$

Es soll nun ein Zusammenhang zwischen der Strahldichte L_O des betrachteten Flächenelementes dO der Objektfläche und der Bestrahlungsstärke E_I im Bild von dO bestimmt werden. Hierzu wird davon ausgegangen, daß der gesamte von dO ausgehende, auf die Linsenapertur A_L treffende Strahlungsfluß in der Bildebene im Flächenelement dI konzentriert wird. Unter der Voraussetzung, daß die Gegenstandsweite g sehr viel größer als der Durchmesser D_L der Linse ist, folgt aus dem photometrischen Grundgesetz (Gleichung 2.3) für den auf die Linse treffenden Strahlungsfluß:

$$d\Phi_L = L_O \frac{dO \cos \theta A_L \cos \alpha}{g^2 / \cos^2 \alpha} \Omega_0. \quad (2.8)$$

Wird dieser auf die Fläche dI des Bildes von dO bezogen, so ergibt sich mit $A_L = \pi D_L^2/4$ und Gleichung (2.7) die Bestrahlungsstärke in dI zu:

$$E_I = L_O \frac{\pi}{4} \left(\frac{D_L}{f} \right)^2 \cos^4 \alpha \Omega_0. \quad (2.9)$$

Das über eine ideale Linse erzeugte Abbild einer gleichmäßig hell beleuchteten Szene weist demnach zum Rand hin eine natürliche Helligkeitsabnahme mit dem Cosinus des Feldwinkels α zur vierten Potenz auf. Zusätzlichen Einfluß auf die Bestrahlungsstärkeverteilung im Bild hat in realen optischen Systemen unter anderem die Vignettierung durch Fassungsteile des Objektivs. Für reale optische Systeme ergibt sich nach [2, Seite 12] zum Rand hin eine Helligkeitsabnahme proportional zu $\cos^n \alpha$, mit $2,5 \leq n \leq 4$.

Im Folgenden soll der Zusammenhang zwischen der auf eine Fläche einfallenden Bestrahlungsstärke, ihren optischen Materialeigenschaften und ihrer daraus resultierenden Strahldichte untersucht werden. Es wird angenommen, daß es sich bei der betrachteten Fläche um einen idealen Lambert-Strahler handelt. Die auf ein Flächenelement dO mit homogenen optischen Eigenschaften einfallende spektrale Bestrahlungsstärke $E_{O,\lambda}$ ist dann mit der reflektierten spektralen spezifischen Ausstrahlung $M_{O,\lambda}$ über den spektralen Reflexionsgrad $\rho_{O,\lambda}$ verknüpft:

$$M_{O,\lambda} = \rho_{O,\lambda} E_{O,\lambda}. \quad (2.10)$$

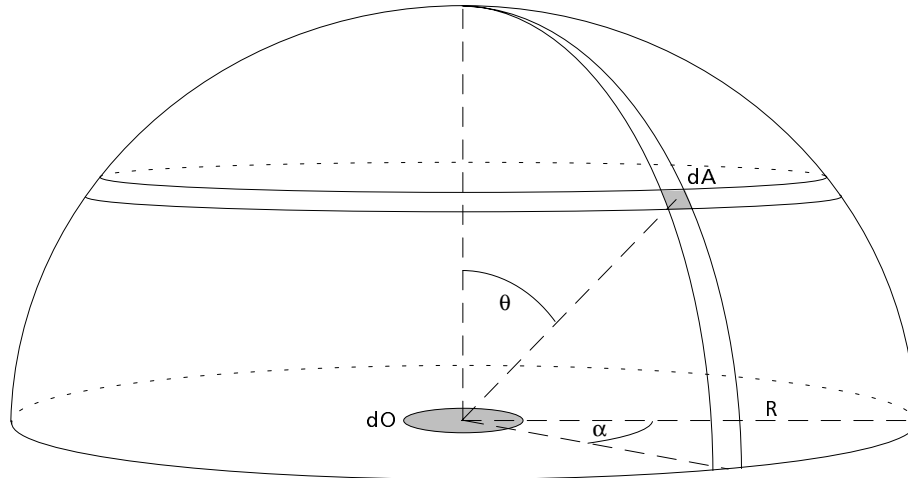


Abbildung 2.4: Zur Berechnung der spezifischen Ausstrahlung eines Lambert-Strahlers.

Der nicht absorbierte Anteil der einfallenden spektralen Bestrahlungsstärke $E_{O,\lambda}$ wird entsprechend dem Lambertschen Cosinusetz (Gleichung 2.2) ungerichtet in den gesamten Halbraum reflektiert. Zur Berechnung des reflektierten Anteils in Abhängigkeit von der Strahldichte legen wir entsprechend Abbildung 2.4 die Schale einer Halbkugel, deren Radius sehr viel größer gewählt wird als die Ausdehnung der strahlenden Fläche, über das strahlende Flächenelement dO . Entsprechend dem photometrischen Grundgesetz (Gleichung 2.3) ist dann nach Division beider Seiten der Gleichung durch die Fläche dO des Strahlers der Anteil der spektralen spezifischen Ausstrahlung durch das abgebildete Flächenelement dA auf der Kugelschale gegeben durch:

$$dM_{O,\lambda} = L_{O,\lambda} \frac{\cos \theta dA}{R^2} \Omega_0 . \quad (2.11)$$

Die Größe des Flächenelementes dA auf der Kugelschale ist mit den in Abbildung 2.4 angegebenen Winkelkoordinaten gegeben durch:

$$dA = R^2 \sin \theta d\alpha d\theta . \quad (2.12)$$

Einsetzen von dA in Gleichung (2.11) ergibt:

$$dM_{O,\lambda} = L_{O,\lambda} \sin \theta \cos \theta d\alpha d\theta \Omega_0 . \quad (2.13)$$

Durch Integration über die Halbschale läßt sich nun die spezifische Ausstrahlung in den gesamten Halbraum berechnen:

$$M_{O,\lambda} = L_{O,\lambda} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\alpha d\theta \Omega_0 = \pi L_{O,\lambda} \Omega_0 . \quad (2.14)$$

Ersetzt man in Gleichung (2.14) die Größe $M_{O,\lambda}$ entsprechend Gleichung (2.10) und löst nach $L_{O,\lambda}$ auf, so erhält man:

$$L_{O,\lambda} = \rho_{O,\lambda} E_{O,\lambda} (\Omega_0 \pi)^{-1} . \quad (2.15)$$

Gleichung (2.9) gilt selbstverständlich auch für die spektralen strahlungsphysikalischen Größen $E_{I,\lambda}$ und $L_{O,\lambda}$. Einsetzen von $L_{O,\lambda}$ in Gleichung (2.9) ergibt schließlich:

$$E_{I,\lambda} = \rho_{O,\lambda} E_{O,\lambda} \frac{1}{4} \left(\frac{D_L}{f} \right)^2 \cos^4 \alpha . \quad (2.16)$$

Der Quotient f/D_L wird zur Charakterisierung optischer Systeme im allgemeinen als die Blendenzahl k angegeben.

2.3 Das Auflösungsvermögen optischer Sensorsysteme

Während sich die im vorigen Abschnitt diskutierten Eigenschaften optischer Abbildungssysteme ausschließlich auf die Übertragung von Strahlungsenergie bezogen, soll in diesem Abschnitt darauf eingegangen werden, wie sich ein Abbildungssystem und der dahinter befindliche Bildsensor bezüglich der Übertragung räumlicher Modulationen der Bestrahlungsstärke verhalten. Diese Betrachtungsweise basiert auf der nachrichtentechnischen Theorie linearer Übertragungssysteme, derzufolge das Ausgangssignal eines linearen Systems durch die Faltung eines Eingangssignals mit der Impulsantwort des Systems, oder aber durch ausgangsseitige Superposition der über das System übertragenen harmonischen Komponenten des Ausgangssignals, die bei der Übertragung der entsprechenden Komponenten des Eingangssignals entstehen, gewonnen werden kann.

2.3.1 Kontrast und Modulation

Im Zentrum der folgenden Betrachtungen stehen die synonymen Begriffe Kontrast oder Modulation, mit deren Hilfe bestimmte Aspekte wahrnehmbarer Bildqualität und der Qualität optischer Abbildungssysteme beschrieben werden können. Der Kontrast eines Bildes ist ein Maß dafür, wie gut die informationstragenden räumlichen Variationen der Bestrahlungsstärke vor dem Gleichanteil der Bestrahlungsstärke zu erkennen sind. Die Modulation M einer auf die Oberfläche eines Bildsensors einfallenden räumlichen Bestrahlungsstärkeverteilung ist definiert durch

$$M = \frac{E_{e,\max} - E_{e,\min}}{E_{e,\max} + E_{e,\min}} \quad (2.17)$$

(siehe [3, 4]). Für ein räumlich sinusförmig moduliertes optisches Signal entspricht die Modulation dem Quotienten aus Scheitelwert und Gleichanteil des Signals.

2.3.2 Die Modulationsübertragungsfunktion (MTF)

Es ist üblich, die Übertragungseigenschaften optischer Abbildungs- und Sensorsysteme für räumlich sinusförmig modulierte Eingangssignale in der Modulationsübertragungsfunktion (MTF) zusammenzufassen [4, 5]. Diese gibt in Abhängigkeit von der räumlichen Modulationsfrequenz das Verhältnis der Modulation M_{out} am Ausgang eines Systems bezogen auf die Modulation M_{in} am Eingang des Systems an. Der Einfachheit halber wird in den folgenden Ausführungen die MTF nur über einer Koordinate ν_x der Raumfrequenzebene betrachtet. Das Vorgehen, bei der Beschreibung der optischen Systeme nur ν_x einzusetzen, ist erlaubt, da die betrachteten optischen Systeme in x- und in y-Richtung voneinander unabhängige und gleiche Eigenschaften aufweisen. Es gilt

$$\text{MTF}(\nu_x) = \frac{M_{\text{out}}(\nu_x)}{M_{\text{in}}(\nu_x)}. \quad (2.18)$$

Die Gesamt-MTF eines Bildsensors setzt sich multiplikativ aus der MTF des Objektivs, der Geometrischen MTF eines Pixels und der Diffusions-MTF zusammen [6]. Die letztere beschreibt den Einfluß der Diffusion optisch generierter Minoritätsladungsträger auf das Auflösungsvermögen eines Bildsensors. Für die folgenden Betrachtungen wird davon ausgegangen, daß die Bereiche außerhalb der Photodiode weitgehend abgedeckt sind, so daß eine weitere Berücksichtigung der Diffusions-MTF nicht erforderlich ist.

2.3.3 Die MTF einer Linse

Die MTF der abbildenden Optik ist stark von der Kohärenz der verwendeten Lichtquelle abhängig. Für eine inkohärente Lichtquelle ist nach [4] die MTF einer Linse mit Blendenzahl k gegeben durch

$$\text{MTF}_1(\nu_x) = \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\nu_x}{\nu_0} \right) - \frac{\nu_x}{\nu_0} \sqrt{1 - \frac{\nu_x^2}{\nu_0^2}} \right], \quad (2.19)$$

wobei $\nu_0 = 1/(\lambda k)$ die Auflösungsgrenze der Optik angibt. Abbildung 2.5 zeigt die MTF einer Linse für kohärente und für inkohärente Beleuchtung.

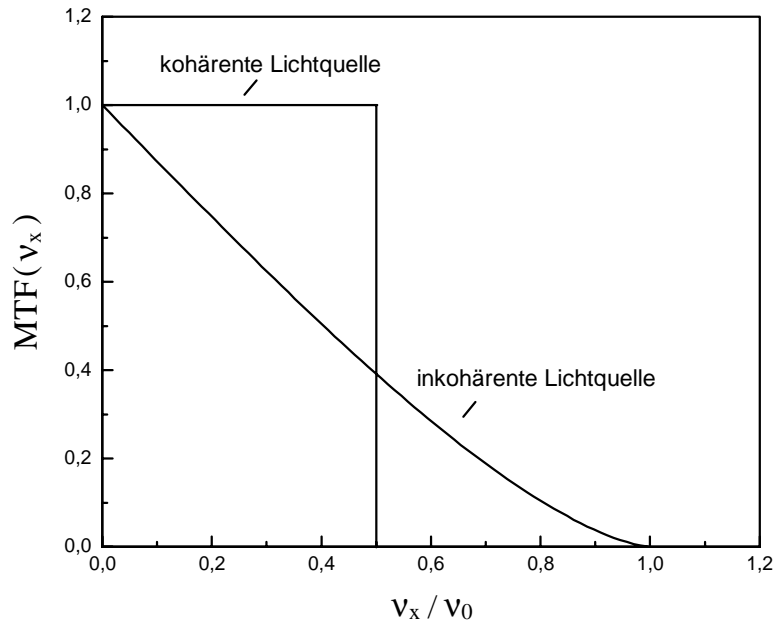


Abbildung 2.5: Modulationsübertragungsfunktion einer Linse.

2.3.4 Die geometrische MTF und die Abtastung von Bildsignalen

Ein zweidimensionaler Bildsensor stellt keinen idealen Abtaster im Sinne der Multiplikation eines orts- und wertkontinuierlichen optischen Signals $E(x, y)$ mit einer zweidimensionalen Dirac-Impulsfolge dar. Das Ausgangssignal eines einzelnen Sensorpixels entsteht durch Integration der lokalen Bestrahlungsstärke im Bereich der optisch aktiven Fläche des Photodetektors (bzw. des Abtastfensters). Diese Form des Abtastens kann durch die Faltung des Eingangssignals mit der nicht infinitesimal kleinen Abtastfensterfunktion (bzw. der Pixel-Aperturfunktion) und eine anschließende ideale Abtastung des Ergebnisses beschrieben werden.

Im folgenden soll die Abtastung einer in x -Richtung sinusförmig modulierten (und in y -Richtung konstanten) spektralen Bestrahlungsstärkeverteilung

$$E_{e,\lambda}(x) = E_{0,\lambda} [1 + M_{\text{in}} \sin(2\pi \nu_x x)] \quad (2.20)$$

für Pixel mit einer rechteckigen Abtastfensterfunktion entsprechend Abbildung 2.6 untersucht werden. Für Strahlung $E_{0,\lambda}$, die über ein Wellenlängenintervall mit den Grenzen λ_1 und λ_2 verteilt ist, ergibt sich der Ausgangsstrom $I_{\text{ph}}(x_n)$ eines Pixels am Ort x_n zu

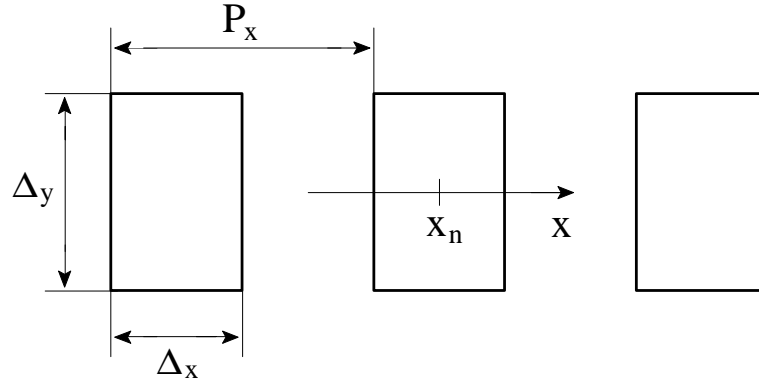


Abbildung 2.6: Ausschnitt einer Pixelzeile.

$$\begin{aligned}
 I_{\text{ph}}(x_n) &= \Delta y \int_{x_n - \Delta x/2}^{x_n + \Delta x/2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R_\lambda E_{0,\lambda} [1 + M_{\text{in}} \sin(2\pi \nu_x x)] d\lambda dx \\
 &= \Delta y \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R_\lambda E_{0,\lambda} d\lambda \int_{x_n - \Delta x/2}^{x_n + \Delta x/2} [1 + M_{\text{in}} \sin(2\pi \nu_x x)] dx . \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

R_λ bezeichnet hierbei die spektrale Empfindlichkeit oder Responsivität der verwendeten Photodiode (in A/W). Auf die genaue Bedeutung und die Berechnung dieses Parameters wird in Kapitel 3 eingegangen. Durch Integration über x erhält man aus Gleichung (2.21)

$$I_{\text{ph}}(x_n) = \Delta x \Delta y \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R_\lambda E_{0,\lambda} d\lambda \left[1 + M_{\text{in}} \frac{\sin(\pi \nu_x \Delta x)}{\pi \nu_x \Delta x} \sin(2\pi \nu_x x_n) \right] . \quad (2.22)$$

Mit

$$M_{\text{out}}(\nu_x) = M_{\text{in}} \cdot \left| \frac{\sin(\pi \nu_x \Delta x)}{\pi \nu_x \Delta x} \right| \quad (2.23)$$

ergibt sich hieraus schließlich die geometrische MTF für den Fall einer rechteckigen Aperturfunktion (über der rechteckigen Sensorfläche wird die Empfindlichkeit als konstant angenommen) zu

$$\text{MTF}_{\text{g}}(\nu_x) = \left| \frac{\sin(\pi \nu_x \Delta x)}{\pi \nu_x \Delta x} \right| . \quad (2.24)$$

Der Ausdruck zwischen den Betragsstrichen gibt die optische Transferfunktion (OTF) des rechteckigen Abtastfensters in Richtung der Ortsfrequenz-Koordinate ν_x an. Die OTF ist im allgemeinen durch die zweidimensionale Fouriertransformierte der Abtastfensterfunktion gegeben (siehe [5]).

Die räumliche Abtastfrequenz ν_s in x-Richtung ist entsprechend Abbildung 2.6 gegeben durch $\nu_s = 1/P_x$, wobei P_x die Versetzung zweier Pixel, oder den Pixel-Pitch in x-Richtung bezeichnet. Aus der räumlichen Abtastrate ergibt sich entsprechend dem Abtasttheorem, nach dem die Abtastfrequenz mindestens doppelt so groß wie die höchste vorkommende Signalfrequenz sein muß, eine obere Grenzfrequenz von $\nu_N = 1/(2 P_x)$. Einsetzen dieses Zusammenhanges in Gleichung (2.24) ergibt

$$\text{MTF}_g(\nu_x) = \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\Delta x}{P_x} \frac{\nu_x}{\nu_N}\right)}{\frac{\pi}{2} \frac{\Delta x}{P_x} \frac{\nu_x}{\nu_N}} \right|. \quad (2.25)$$

Die maximal mögliche Ausdehnung des Abtastfensters in x-Richtung entspricht dem Pixel-Pitch P_x . Für diesen Fall liegt die erste Nullstelle der geometrischen MTF bei der zweifachen Nyquist-Frequenz ν_N . Für ein Abtastfenster der Ausdehnung $P_x/2$ liegt dagegen die erste Nullstelle der geometrischen MTF beim Vierfachen der Nyquist-Frequenz. Diese Beispiele zeigen, daß es zur Minimierung von Aliasing-Artefakten notwendig ist, im physikalischen Schaltungslayout die Ausdehnung der Abtastfenster (bzw. die Photodioden) in bezug auf den Pixelpitch so groß wie möglich zu realisieren.

Das Verhältnis von optisch aktiver Fläche des Photodetektors zur Gesamtfläche des Pixels wird als der Füllfaktor bezeichnet. Eine Bandbegrenzung des Eingangssignals auf die Nyquist-Frequenz wäre nur für überlappende Abtastfenster mit $\Delta x \geq 2P_x$ möglich.