Aufgabe A 9.7 Exergieverlust in einer Gasturbine

In einer Gasturbine entspannen sich stündlich 3000 kg Helium ausgehend von 800 °C und 6 bar auf 1 bar und 410 °C.
a) Wie groß ist der Polytropenexponent?
b) Wie groß wäre die abgegebene Leistung und der Wärmestrom, wenn die Zustandsänderung innerlich reversibel ablaufen würde?
c) Wie groß ist die Leistung, wenn die gleiche Zustandsänderung bei adiabater Entspannung zustande kommt?
d) Wie groß sind Reibungsleistung und Gütegrad bei adiabater Entspannung?
Helium soll als ideales Gas mit konstanter spezifischer Wärmekapazität betrachtet werden.
e) Welchen Exergieverlust hat die Turbine bei einer Umgebungstemperatur von 25 °C?

gegeben : $t_1 := 800°C$ $t_2 := 410°C$ $p_1 := 6bar$ $p_2 := 1bar$ $\dot{m} := 3000\frac{kg}{h}$

Lösung : Die Daten für Helium werden aus der Tabelle 6.1 entnommen.

$T_2 := Tt(t_2)$ $T_1 := Tt(t_1)$ $T_1 = 1073.15\,K$

$T_2 = 683.15\,K$

a) $n := 1.4$ Vorgabe $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ $n := Suchen(n)$ $n = 1.337$

b) Eine innerlich reversible polytrope Zustandsänderung ist reibungsfrei und mit Wärmezu- oder Abfuhr über die Systemgrenze verbunden, die innerhalb der Systemgrenze ohne treibende Temperaturdifferenz zustandekommt (Der Vorgang ist praktisch nicht realisierbar. Er dient zum Vergleich mit dem realen Vorgang c), bei dem die Erwärmung nicht von außen, sondern durch Dissipation - Reibungskräfte, Drosselvorgänge, Verwirbelungen - im Inneren unter Verringerung der abgegebenen Arbeit erfolgt). Die Berechnung erfolgt also gemäß Kapitel 6.5

$v_1 := \frac{R \cdot Tt(t_1)}{p_1}$ $v(p) := v_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{n}}$ $w_{t12} := \int_{p_1}^{p_2} v(p)\, dp$ $w_{t12} = -3213\frac{kJ}{kg}$

$c_n(n) := c_V \cdot \frac{n-\kappa}{n-1}$ $\dot{Q}_{12} := \dot{m} \cdot c_n(n) \cdot (t_2 - t_1)$ $P := \dot{m} \cdot w_{t12}$ $P = -2678\,kW$

$\dot{Q}_{12} = 976\,kW$

Für den "Fußgänger":

$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{n-1}{n} \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $\frac{n-1}{n} = \frac{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}$ $\frac{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = 0.2521$

$1 - \frac{1}{n} = 0.2521$ $-\frac{1}{n} = 0.2521 - 1$ $n := \frac{1}{1 - 0.2521}$ $n = 1.337$

Die symbolische Lösung des Integrals ergibt (vergl. Kapitel 6):

$$w_{t1\_2} := p_1 \cdot v_1 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]$$

c) Die reale Zustandsänderung ist mit Dissipationsvorgängen (Reibungskräfte, Drosselung) verbunden. Eine adiabate Expansion oder Verdichtung in einer Strömungsmaschine verläuft also immer mit Entropiezunahme (im T-s-Diagramm je nach Dissipationsanteil also mehr oder weniger stark nach rechts). Im gegebenen Falle sollen die Zustandsänderungen zu b) und zu c) identisch sein. Die Energiebilanzen sind jedoch unterschiedlich.

1. Hauptsatz: $w_{t12} + q_{1\_2} = h_2 - h_1$ (Gl.4.2.3)

(Da keine Strömungsgeschwindigkeiten gegeben sind, werden die äußeren Energien vernachlässigt)

mit $q_{1\_2} = 0$ wird daraus: $w_{t.1\_2} = h_2 - h_1$ und mit $h_2 - h_1 = c_p(t_2 - t_1)$ (Kap. 3)

$P_{ad} := \dot{m} \cdot c_p \cdot (t_2 - t_1)$ (Gl.4.2.6) $P_{ad} = -1702\,\text{kW}$

d) Mit $T \cdot ds = dq + dw_R$ (Gl. 8.4)

stellt die Fläche unter der Zustandsänderungslinie im T-s-Diagramm die Summe aus zugeführter Wärme und der Reibungsarbeit (Dissipation) dar. Bei der realen adiabaten Zustandsänderung mit identischem Zustandsverlauf muss also die Reibungsarbeit der im Falle b) zugeführten Wärme entsprechen, bzw. die Reibungsleistung dem Wärmestrom.

$P_R := \dot{Q}_{12}$ $P_R = 976\,\text{kW}$

Der Gütegrad ergibt sich als Verhältnis der reibungsfreien adiabaten Arbeit (Isentrope) zur realen Arbeit P_{ad}:

Berechnung der Isentrope: $T_{2is} := T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ $T_{2is} = 527.4\,\text{K}$

$v_{is}(p) := v_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$ $v_{2is} := v_{is}(p_2)$ $t_{2is} := tT(T_{2is})$

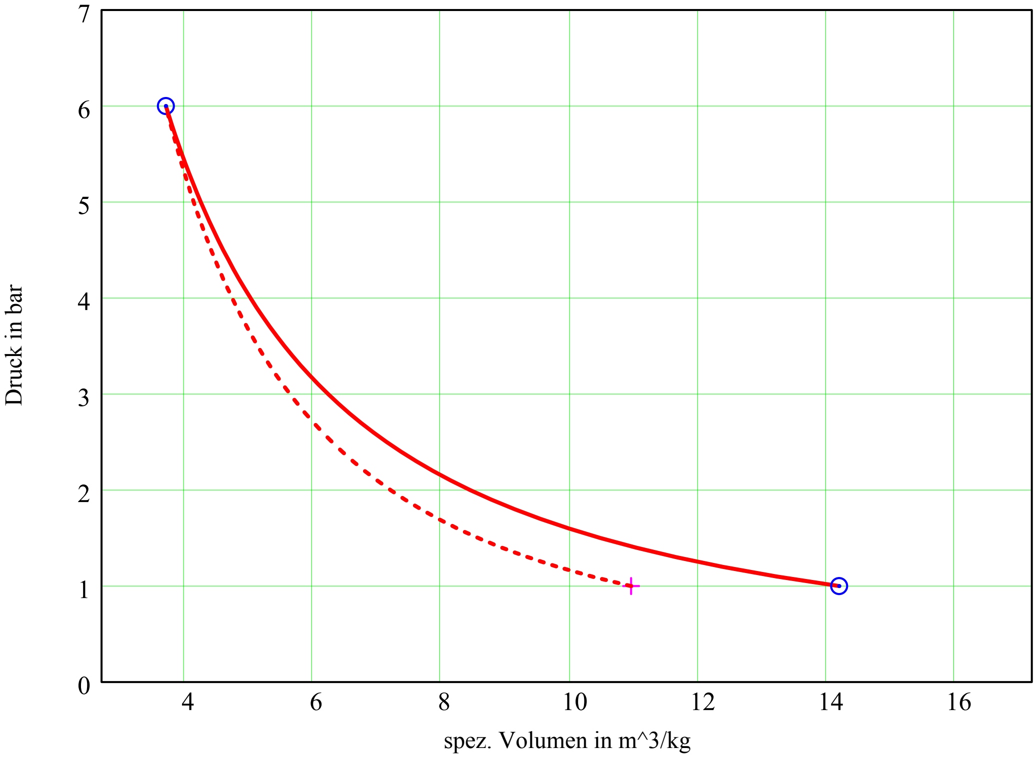
Gütegrad: $\eta_g = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2is}}$ oder wegen $dh = c_p{*}dt$ $\eta_g := \frac{t_1 - t_2}{t_1 - t_{2is}}$ $\eta_g = 0.715$

e) Exergieverlust : $t_U := 25\,°C$ $T_U := Tt(t_U)$ $T_U = 298.15\,\text{K}$

$\Delta s_{irr} := c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $\Delta s_{irr} = 1.356 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ $Ex_{Verl} := \dot{m} \cdot T_U \cdot \Delta s_{irr}$ $Ex_{Verl} = 337\,\text{kW}$

Zur Erstellung der Diagramme

p - v - Diagramm



Durchgezogene Linie:
realer Verlauf
gestrichelt: Isentrope

T-s-Diagramm: