Aufgabe A 3.5a Leckverluste in einem Pressluft-Leitungssystem,
vereinfachte Berechnung für geringe Druckunterschiede

Ein Druckbehälter DB für Luft hat ein Volumen von V_{DB} = 5 m³. Er wird von Zeit zu Zeit über einen Kompressor K mit einer Förderleistung von $\dot{V}$ = 14,0 m³/h im Normzustand auf einen Maximaldruck von p_{max} = 6,0 bar aufgeladen. Der Behälter ist jedoch an ein Leitungsnetz mit unbekanntem Volumen angeschlossen. Um die Undichtigkeiten im Netz zu ermitteln, werden alle Verbraucher abgeschaltet. Der Druck fällt dabei innerhalb einer Zeit von t_{Leck} = 3,5 h auf p_{min} = 5,7 bar ab, wobei sich der Kompressor wieder einschaltet. Der Kompressor benötigt jetzt eine Zeit von t_{Laden} = 0,15 h, um den Maximaldruck wieder zu erreichen.Bei dem ganzen Vorgang bleibt die Temperatur im Netz mit t_L = 25 °C konstant.

Welche Luftmenge strömt stündlich durch das Leck und wie groß ist das Volumen des Leitungssystems unter der Annahme, daß beim Absinken des Druckes von 6,0 auf 5,7 bar der Leckagestrom in etwa konstant ist?

Lösung:

$p_{min} := 5.7\text{bar}$ $\quad p_{max} := 6.0\text{bar}$ $\quad Z_{LECK} := 3.5 \cdot h$ $\quad Z_{LAD} := 0.15 \cdot h$ $\quad V_{DB} := 5m^3$

$t_L := 25°C$ $\quad R_L := 287 \frac{J}{kg \cdot K}$ $\quad \dot{V}_0 := 14.0 \cdot \frac{m^3}{h}$ $\quad p_0 := 1.013\text{bar}$ $\quad t_0 := 0°C$ $\quad T_0 := Tt(t_0)$

Fördermenge des Kompressors $\qquad \dot{m}_K := \frac{\dot{V}_0 \cdot p_0}{R_L \cdot T_0} \qquad \dot{m}_K = 18.1 \frac{kg}{h}$

Beim Abschalten aller Verbraucher fließt nur die Leckmenge. Fördert der Kompressor, muss er zusätzlich zu der Leckmenge die Menge zum Aufladen aufbringen. Die drei Massenströme sind:

$$\dot{m}_{LECK} = \frac{V_{ges} \cdot (p_{max} - p_{min})}{R_L \cdot T_L \cdot Z_{LECK.}} \qquad \dot{m}_{LAD} = \frac{V_{ges} \cdot (p_{max} - p_{min})}{R_L \cdot T_L \cdot Z_{LAD}} \qquad \dot{m}_K = \dot{m}_{LECK} + \dot{m}_{LAD}$$

daraus: $$\frac{\dot{V}_0 \cdot p_0}{R_L \cdot T_0} = \frac{V_{ges} \cdot (p_{max} - p_{min})}{R_L \cdot T_L \cdot Z_{LECK}} + \frac{V_{ges} \cdot (p_{max} - p_{min})}{R_L \cdot T_L \cdot Z_{LAD}}$$ und mit $T_L := Tt(t_L)$

aufgelöst nach V_{ges}: $$V_{ges} := \dot{V}_0 \cdot \frac{T_L}{T_0} \cdot \frac{p_0}{(p_{max} - p_{min})} \cdot \left(\frac{Z_{LECK} \cdot Z_{LAD}}{Z_{LAD} + Z_{LECK}}\right) \qquad V_{ges} = 7.422\, m^3$$

Volumen des Leitungssystems: $V_{Sys} := V_{ges} - V_{DB} \qquad V_{Sys} = 2.422\, m^3$

Somit ergibt sich die Leckmenge aus: $$\dot{m}_{LECK} := \frac{V_{ges} \cdot (p_{max} - p_{min})}{R_L \cdot T_L \cdot Z_{LECK}} \qquad \dot{m}_{LECK} = 0.743 \frac{kg}{h}$$